**I.F.T.S. Nº 24**

**GUÍA DE**

**TRABAJOS PRÁCTICOS**

**PROBABILIDAD**

**Y**

**ESTADÍSTICA**

**AÑO: 2014**

**Lic: María Teresa Gil**

**TRABAJO PRÁCTICO N° 1**

**PROBABILIDAD Y PROBABILIDAD CONDICIONAL**

1) Una pieza puede presentar dos tipos de defectos: “abollada” o “rota”. El 2% de las piezas de la producción total está rota, el 3% está abollada, y se sabe que hay un 96% de piezas “sanas”: ni rotas ni abolladas.

1. ¿Cuál es el porcentaje de piezas que tienen algún defecto?
2. ¿Cuál es el porcentaje de piezas que tienen ambos defectos?
3. ¿Cuál es el porcentaje de piezas que tienen solo un defecto?
4. De las piezas rotas, ¿qué porcentaje está abollada?
5. De las piezas abolladas, ¿qué probabilidad hay de que estén rotas?

RTA: a) 4% b) 1% c) 3% d) 50% e) 1/3

2) En una localidad del interior del país hay dos bancos: A y B. El 22% de los habitantes tiene cuenta en A, el 37% en B y el 47% no tiene cuenta.

* 1. ¿Cuál es el porcentaje de habitantes que tiene cuenta en ambos bancos?
  2. De los que tienen cuenta en A, ¿qué porcentaje tiene cuenta en B?
  3. De los que tienen cuenta, ¿qué porcentaje tiene cuenta en B?

RTA: a) 6% b) 27,27% c) 69.81%

1. El 50% de los alumnos que asisten a clase de Probabilidad y Estadística aprueban la materia por promoción. El 80% de los que aprueban por promoción, asisten a clase. Hay un 70% de alumnos que asisten a clase. ¿Qué porcentaje de alumnos aprueban por promoción?

RTA: 43,75%

1. Se tienen 3 resistencias: A, B y C. Luego de un cierto tiempo se obtuvieron las siguientes probabilidades de encontrar quemadas las resistencias:

P(A)=0.2 ; P(B)=P(C)=0.08 ; P(A∩B)=0.04 ; P(A/C)=1/4 ; P(B/C)=3/8 y P(A∩B∩C)=0.01. Calcule la probabilidad de encontrar:

* 1. por lo menos una resistencia quemada.
  2. solo una resistencia quemada.
  3. solo dos resistencias quemadas.
  4. B quemada sabiendo que lo están A y C.
  5. exactamente dos quemadas sabiendo que por lo menos una lo está.
  6. ninguna quemada

RTA: a) 0.28 b) 0.21 c) 0.06 d) 0.5 e) 0.2143 f) 0.72

1. Una empresa arma computadoras y consta de tres plantas armadoras: A, B y C, que producen el 15%, 35% y 50% del total respectivamente. Se sabe que la probabilidad de que no funcione una computadora es del 3%, 2% y 1% según sea armada por la planta A, B o C respectivamente.
   1. Un cliente de dicha empresa decide comprar una computadora y elige una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que funcione?
   2. Si dicho cliente elige una computadora y observa que funciona, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido armada por la planta B?

RTA: a) 0.9835 b) 0.3488

1. Un canal de comunicación binario simple, transporta mensajes usando solo dos señales (bits): 0 y 1. Suponga que en un canal de comunicación binario dado, el 40% de las señales emitidas son 1, que si se emitió un 0 la probabilidad de que se reciba un 0 es 0,90, y que si se emitió un 1 la probabilidad de que se reciba un 1 es 0.95. Calcule:
   1. la probabilidad de que una señal recibida sea 1.
   2. Si se recibió un 1, la probabilidad de que se haya emitido un 1.

RTA: a) 0,44 b) 0,8636

1. Para la señalización de un aeropuerto se han instalado dos indicadores que funcionan independientemente. Cuando hay una avería en el aeropuerto, el indicador A se acciona con probabilidad 0.95 y el B con probabilidad 0.9. Calcule la probabilidad de que durante una avería se accione solo un indicador.

RTA: 0.14

1. El control de calidad para cierto tipo de motor incluye dos pruebas: A (ensayo de sobrecarga) y B (ensayo de consumo). El 5% falla en la prueba A, el 6% en la prueba B y el 90% en ninguna.
   1. Indique si las fallas en las pruebas son estadísticamente independientes, justificando numéricamente la respuesta.
   2. De los motores que no fallan en la prueba A, ¿qué porcentaje falla en B?

RTA: a) no, P(A∩B)=0.01 y P(A).P(B)=0.003 b) 5,26%

1. Se conectan en un sistema dos componentes A y B. La probablilidad de que falle el componente A es 0,03, y la de que falle el B es 0,02. Las fallas de los componentes se producen en forma independiente. Calcule la probabilidad de que funcione el sistema si:
2. los componentes A y B están conectados en serie.
3. los componentes A y B están conectados en paralelo.

**TRABAJO PRÁCTICO N° 2**

**VARIABLE ALEATORIA DISCRETA**

**HIPERGEOMÉTRICA – BINOMIAL - POISSON**

1. Halle la función de probabilidad y de distribución de probabilidad de las siguientes variables aleatorias:
   1. Cantidad de ases obtenidos al tirar un dado.
   2. Cantidad de espadas obtenidas al extraer 4 cartas de un mazo de barajas españolas (40 cartas). Resuelva el ejercicio: sin reposición y con reposición.
   3. Suma de puntos obtenidos al tirar dos dados.
   4. Considere los datos del ejercicio 1) del trabajo práctico Nº 1 y se define la variable aleatoria: X : “cantidad de defectos que puede presentar una pieza”
2. Halle la media y la varianza de cada una las variables aleatorias del ejercicio N° 2.
3. En la fabricación de 1000 chips se sabe que hay 5 defectuosos.
   1. Si un cliente compra 200 chips, ¿Cuál es la prob. de que entre los chips comprados haya más de un defectuoso?
   2. Si se extrae una muestra de 200 chips con reposición, ¿cuál es la prob. de que en la muestra haya menos de dos defectuosos?
4. De un proceso tecnológico que produce piezas con un 10% de defectuosas se toma una muestra de 15 piezas. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar: a) 2 ó menos defectuosas; b) exactamente 2 defectuosas; c) menos de 12 buenas.

RTA: a) 0.8159 b) 0.2669 c) 0.0556

1. Al probar una cierta clase de neumático para camión en un terreno escabroso se encontró que el 25% de los camiones terminaban la prueba con pinchaduras. a) De los siguientes 5 camiones probados, Halle la probabilidad de que: a1) menos de 3 tengan pinchaduras; a2) más de 2 no tengan pinchaduras. b) ¿Cuántos de los 5 camiones en promedio pueden sufrir pinchaduras?

RTA: a1) 0.8965 a2) 0.8965 b) 1.25

1. Suponga que los motores de un aeroplano operan en forma independiente y que fallan con una probabilidad de 0.4. Suponiendo que uno de estos artefactos realiza un vuelo seguro en tanto se mantenga funcionando cuando menos la mitad de los motores, determine qué aeroplano, uno de 4 motores ó uno de 2 motores, tiene mayor probabilidad de terminar el vuelo exitosamente.

RTA: a) 4 motores: P(Fun) = 0.8208 2 motores: P(Fun) = 0.84.

b) 4 motores: P(Fun) = 0.9728 2 motores: P(Fun) = 0.96

1. Una partida de embragues viene con el 10% de defectuosos. Si se necesita equipar 14 automóviles con embragues buenos y se compran 16 embragues, a) ¿cuál es la probabilidad de no tener que comprar más embragues? b) ¿qué prob. existe de tener que comprar dos embragues más para terminar los catorce automóviles?

RTA: a) 0.7892 b) 0.0544

1. Un fabricante debe enviar a una empresa 4200 artículos y puede hacerlo en lotes de 100 ó de 120 artículos. La empresa revisa el 10% del lote y lo rechaza si en esta fracción encuentra más de un artículo defectuoso. La producción del fabricante tiene una proporción de defectuosos del 4%. ¿Qué es más conveniente para el fabricante, si desea tener la menor cantidad de rechazos, enviar lotes de 100 ó de 120 artículos?
2. Cierto tipo de cable presenta en promedio 1 falla cada 250 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que un rollo de 1000 metros tenga: a) ninguna falla; b) menos de 4 fallas; c) por lo menos 6 fallas.

RTA: a) 0.0183 b) 0.4335 c) 0.2149

1. El número de accidentes de tránsito responde a un Proceso Poisson de modo tal que la prob. de que no se produzcan accidentes en dos meses es 0,9512.
   1. ¿Cuál es la prob. de que en 2 años se produzca más de un accidente?
   2. ¿Cuál es el intervalo de tiempo, en años, para que la prob. de que se produzca al menos un accidente sea 0,5934?

RTA: a) 0.8781 b) aproximadamente 3 años

1. Los mensajes que son spam arriban según un proceso Poisson de modo tal que la probabilidad de recibir al menos un mensaje por hora es 0,8647 ¿Cuál es la probabilidad de recibir más de 2 mensajes spam en 30 minutos?

RTA: 0.0803

1. Una central tiene 5 centrales automáticas independientes entre sí, donde para cada una de ellas el número de conexiones erróneas por día obedece a una distribución de Poisson con: µ = 0.01 conexiones erróneas. a) Calcule la probabilidad de que se produzcan exactamente 3 conexiones erróneas en la ciudad durante un día. b) Un ingeniero quiere aumentar la confiabilidad del sistema modificando el valor de µ. ¿Para qué valor de µ el ingeniero podrá afirmar que la probabilidad de una o más conexiones erróneas en la ciudad en un día cualquiera sea igual a 0.02?

RTA: a) 1,98.10-5 b) µ = 0.004

**TRABAJO PRÁCTICO N° 3**

**VARIABLE ALEATORIA CONTINUA**

**DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL NEGATIVA**

1. Determine si las siguientes funciones son de densidad de probabilidad y en caso afirmativo halle la función de distribución para cada caso:

a)  b) 

c)  d) 

e) f) 

1. El porcentaje de alcohol en un cierto compuesto se puede considerar una variable aleatoria con la siguiente función:

f(x) = (1/5000).(100 – x) si 0<x≤100 y f(x) = 0 en otro caso.

* 1. Halle la función de distribución de prob. F(x).
  2. ¿Cuál es la probabilidad de que el porcentaje de alcohol en el compuesto sea superior a 30?
  3. ¿Cuál es la probabilidad de que el porcentaje de alcohol en el compuesto sea inferior a 70?
  4. ¿Cuál es la probabilidad de que el porcentaje de alcohol en el compuesto esté comprendido entre 30 y 70?
  5. Si el porcentaje de alcohol es inferior a 70, ¿cuál es la probabilidad de que supere 30?
  6. Si el porcentaje de alcohol es superior a 30, ¿cuál es la probabilidad de que supere 70?
  7. Sean los sucesos A y B:
     1. A: porcentaje superior a 30
     2. B: porcentaje inferior a 70
  8. Determine si A y B son independientes.
  9. Halle el porcentaje medio de alcohol en el compuesto.

RTA: a) ⎧ 0 x<0 b) 0,49

F(x) = ⎨1-(100-x)2/10000 0≤x<100

⎩ 1 x≥100

c) 0,91 d) 0,4 e) 0,4396 f) 0,1837 g) No h) 33,33...

1. El tiempo en minutos en que una señorita habla por teléfono es una variable aleatoria con la siguiente función de densidad de probabilidad:

⎧ (1/5)e- x / 5 x > 0

f(x) = ⎨

⎩ 0 x ≤ 0

* 1. Calcular la función de distribución de probabilidad F(x).
  2. Halle la probabilidad de que hable más de 2 minutos.
  3. Halle la probabilidad de que a lo sumo 3 minutos.
  4. Halle la probabilidad de que hable entre 2 y 3 minutos.
  5. Halle el tiempo medio en que la señorita habla por teléfono.

RTA: a) ⎧ 1-e- x / 5 x > 0 b) 0,6703 c) 0,4512 d) 0,1215 e) 5

F(x) = ⎨

⎩ 0 x ≤ 0

1. La duración (en hs.) de una lámpara eléctrica es una variable aleatoria con la siguiente función de densidad de prob.:

⎧ (1/2000).e- x / 2000 x > 0

f(x) = ⎨

⎩ 0 x ≤ 0

* 1. ¿Cuál es la prob. de que una lámpara dure más de 500 horas?
  2. Calcule la prob. de que una lámpara dure más de 1500 horas si se sabe que en la hora 1000 estaba funcionando.
  3. Compare los resultados obtenidos en a) y en b) y obtenga una conclusión.

RTA: a) = b) 0,2212

5) La duración de un cierto componente eléctrico es una variable exponencial de media 2 años.

* 1. El fabricante de dichos componentes ofrece un período de garantía dentro del cual se reparan sin cargo alguno. ¿Cuál debe ser el período de garantía (en meses) para que el fabricante se asegure un 2% de riesgo de que los componentes que venda entren en reparación durante dicho período?
  2. ¿Cuál es la prob. de que un componente dure más de 2 años si se sabe que dura más de 1 año?

TRABAJO PRACTICO N° 4

**VARIABLE ALEATORIA NORMAL O DE GAUSS**

## TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE

1. Una cierta máquina produce resistencias eléctricas que tienen un valor medio de 40 ohms y una desviación standard de 2 ohm. Suponiendo que los valores de las resistencias siguen una ley Normal y que pueden medirse con cualquier grado de precisión, ¿qué porcentaje de resistencias tendrá un valor que exceda los 43 ohm?

RTA: 6.68%

1. Los diámetros de los ejes producidos por un torno tienen una distribución Normal (115 ; 0.1) mm. Si se tiene una especificación de 115 mm. ± 0.1 mm. ¿qué probabilidad existe de que en un lote de 8 ejes haya más de uno que no cumpla con la especificación?

RTA: 0.7773

1. Una máquina fabrica bujes cuyos diámetros son una V.A.N. (12 ; 2) mm. Otra máquina fabrica ejes cuyos diámetros son una V.A.N. (11 ; 3) mm.
   1. Elegidos un eje y un buje al azar, ¿cuál es la probabilidad de que el eje entre dentro del buje?
   2. Se supone aceptable un par eje-buje cuando el juego está entre 0.2 mm. y 0.5 mm. ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un eje y un buje formen un par aceptable?
   3. Si se extraen 5 pares, ¿cuál es la probabilidad de encontrar por lo menos uno aceptable?

RTA: a) 0.6092 b) 0.0327 c) 0.1532

1. La vida útil en horas de una lámpara tiene una distribución normal de media 1000 hs. Si un comprador exige que por lo menos el 95% de ellas tenga una vida superior a 800 horas, ¿Cuál es el valor máximo que puede tomar la varianza manteniendo siempre satisfecho al cliente?

RTA: varianza = 14711,26 (hs2) desvío estándar = 121,29 (hs)

1. Una carpintería recibe tablas cuyas longitudes tienen una distribución Normal. Estas tablas se clasifican en tres categorías: inferiores a 1.5 m., entre 1.5 m. y 2 m. y superiores a 2 m., cuyas proporciones son 15%, 50% y 35% respectivamente. De una partida sin clasificar se eligen 50 tablas. ¿Cuál es la probabilidad de que entre ellas haya menos de 3 con longitudes inferiores a 1.4 m.?

RTA: µ = 1.87 σ = 0.35 p = 0.1622

1. Una conserva se venderá envasada en latas. Las distribuciones de los pesos y sus costos son los siguientes:

Peso neto: X: V.A.N. (498 ; 12) gr.

Peso del envase: Y: V.A.N. (82 ; 6) gr.

Costo de la conserva: a = 0.60 $/gr.

Costo del envase: b = 0.08 $/gr.

Calcule la probabilidad de que una unidad terminada tenga un costo inferior a 300$

RTA: 0.2288

1. Una confitería elabora bombones cuyo peso es una V.A.N.(20 ; 5) gr. Los bombones se empaquetan en cajas de 50 unidades. La caja vacía tiene un peso constante de 200gr.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja de bombones pese menos de 1.1 kg.?
   2. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar en una caja por lo menos 2 bombones con peso inferior a 10 gr.?

RTA: a) 0.0023 b) 0.3152

1. La venta diaria de nafta de una estación de servicio tiene una distribución Normal (10 ; 1) toneladas. Si el camión de suministro va a la estación una vez por semana, ¿qué capacidad debe tener la cisterna de la estación para que el 99% de las veces se pueda despachar a todos los eventuales clientes?

RTA: 76.16 toneladas.

1. El mecanismo interno de cierto tipo de refrigerador tiene una vida útil cuya distribución es aproximadamente normal de media 12 años y desviación estándar 4,863 años. El fabricante asume la responsabilidad de reponer (o reparar gratuitamente) aquellos refrigeradores que estén dentro del período de garantía. Si piensa reponer solo el 5% de las unidades, ¿por cuánto tiempo (en años) debe estipular la garantía?

RTA: 3,9 años

1. Una quinta produce naranjas que son envasadas en cajones de 200 naranjas y luego transportadas en camiones para su comercialización. Se sabe que el peso de una naranja es una variable aleatoria de media 140 gr. y desvío 20 gr. Se supone que el peso de cada cajón vacío es de 2 kg.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que un cajón lleno pese más de 30.7 kg.?
   2. Si cada camión carga 300 cajones y la carga máxima es de 9 toneladas, ¿cuál es la probabilidad de que exceda la carga máxima?
   3. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar en un camión menos de tres cajones con peso superior a 30.7 kg.?

RTA: a) 0.0067 b) 0.5 c) 0.673961

1. El consumo diario de combustible en una planta industrial es una variable aleatoria con media 35 litros y varianza 140 litros al cuadrado. ¿Qué capacidad en litros deberá tener un tanque para satisfacer el consumo de 300 días con 90% de confiabilidad?

RTA: 10763 litros.

1. El tiempo que se tarda en recibir cada mensaje de Internet en la computadora de Juan, es una variable aleatoria de media 2 minutos y desvío estándar 0,5 minutos. El tiempo que Juan tarda en leer cada mensaje que recibe es una variable aleatoria de media 30 segundos y desvió estándar 7,5 segundos. Se supone que Juan recibe mensajes y los lee uno a continuación del otro. ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo total que tarda Juan en recibir y leer 36 mensajes sea superior a 86 minutos?

RTA: 0.9023

**TRABAJO PRACTICO N° 5**

## ESTADÍTICA

## ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS POBLACIONALES

1. Se toma una muestra de 12 estudiantes matriculados en estadística y se les pregunta por el número de horas que emplearon en estudiar la asignatura en la semana anterior al examen final:

12 7 4 16 21 5 9 3 11 14 10 6

* 1. Halle la media muestral.
  2. Halle la varianza muestral y la desviación típica.

1. Se somete a los 40 estudiantes de una clase a una encuesta para evaluar al profesor, según una escala que va de 1 (malo) hasta 5 (excelente). Los resultados se recogen en la siguiente tabla:

|  |  |
| --- | --- |
| PUNTUACIÓN | NUMERO DE ESTUDIANTES |
| 1 | 1 |
| 2 | 7 |
| 3 | 15 |
| 4 | 10 |
| 5 | 7 |

* 1. Halle la media muestral.
  2. Halle la varianza muestral y la desviación típica.

1. La duración de ciertas baterías marca XXX es una variable aproximadamente normal. Se efectúan controles sobre la duración media de cada batería. En una determinada inspección se tomó una muestra de 10 baterías obteniendo los siguientes tiempos de vida en años:

2,4 2,1 2,2 2,5 2,4 2,3 2,4 2,5 2,3 2,6

* 1. Estime la media y el desvío estándar de la duración de dichas baterías.
  2. Halle un intervalo del 90% de confianza para estimar la duración media.
  3. ¿Cuántas baterías adicionales hay que controlar para que el error en la estimación de la duración media no supere los 0,1 años, con la misma confianza que en b)?

1. Suponga que una muestra de 9 barras extraídas al azar de una producción arrojaron una media de 20 cm. , y que la longitud de las barras es una V.A.N. con desvío σ = 3 cm.
   1. ¿Cuál es el intervalo de confianza del 90% de nivel de confianza para estimar la longitud media de las barras?
   2. ¿Cuántas barras adicionales deben ser medidas para aumentar la confianza del mismo intervalo al 95% ?
   3. Si el desvío poblacional se desconoce pero las 9 mediciones arrojaron un valor de 3,1 cm, ¿cuál es el intervalo del 95% de confianza para la longitud media?
2. La longitud de los cables de acero fabricados por una máquina es un V.A. Normal. Se desea estimar la media y la varianza de la longitud de dichos cables. A tal fin un operario toma una muestra aleatoria de 12 cables obteniendo las siguientes longitudes (en metros):

9.2 9.7 9.8 10.2 10.4 10 9.4 9.5 10.3 9.9 9.7

Cuál es el intervalo del 95% de confianza para la media de la longitud de los cables?

1. En una encuesta de opinión, un candidato obtiene 228 votos de 400 encuestados.
   1. Halle un intervalo de confianza del 98% de nivel de confianza para la verdadera proporción de votantes a favor del candidato.
   2. Si se incrementa en un 1% el nivel de confianza fijado en a), ¿Aumenta o disminuye la longitud del intervalo? ¿Cuál es el porcentaje de incremento de dicha longitud?
2. Para estimar el porcentaje de chips defectuosos de una determinada producción se tomó una muestra de 100 chips y se observó un defectuoso.
   1. Encuentre el intervalo del 97% de confianza para el porcentaje de chips defectuosos
   2. ¿Cuál es el intervalo del 99% de confianza para estimar el porcentaje de chips en condiciones aptas para su comercialización?
   3. ¿Cuántos chips hay que revisar si se desea que el error en la estimación del porcentaje de chips defectuosos, no supere el 0,01%?